

Devoir maison n° 1 : **Bilan**

Exercice 1

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 1} \end{cases}$$

- 1) Déterminer les quatre premiers termes de la suite.
 - 2) On note $f : x \mapsto \frac{2x + 1}{x + 1}$ définie sur \mathbf{R}^+ . Dresser le tableau de variations de la fonction f .
 - 3) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, u_n existe et que $1 \leq u_n \leq 2$.
 - 4) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
 - 5) Écrire une fonction **python** prenant en argument un entier n et renvoyant la valeur de u_n .
-

Exercice 2

Étudier la fonction $f \mapsto (\sqrt{x})^{1/x}$ sur son domaine de définition

Exercice 3

Écrire un programme, sous **python**, qui prend en argument un entier naturel n non nul et qui renvoie la valeur de la somme $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{n^2}{n^2 + k^2}$.